



۱) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- خط  $y = \frac{1}{2}$ ، نمودار تابع  $y = \sin x$  را در فاصله  $[0, 2\pi]$  در یک نقطه قطع می‌کند.

۲) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- مقدار  $\cos 15^\circ$  نصف مقدار  $\cos 30^\circ$  است.

۳) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر برد تابع  $f$  برابر  $[-1, 4]$  باشد. آنگاه برد تابع  $y = 1 - f(x)$  برابر است با .....

۴) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

در تابع مثلثاتی  $y = a \cos bx + c$  ضریب  $a$  در دوره تناوب تابع ..... است.

۵) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر  $\alpha$  در ربع چهارم باشد، مقادیر  $\sin \alpha$  ..... از مقادیر  $\tan \alpha$  است.

۶) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

تابع  $f = \{(-3, 2), (1, -5), (-1, -2)\}$  یک تابع ..... (صعودی - نزولی) است.

۷) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر  $ax + b$  برابر عبارت ..... است.

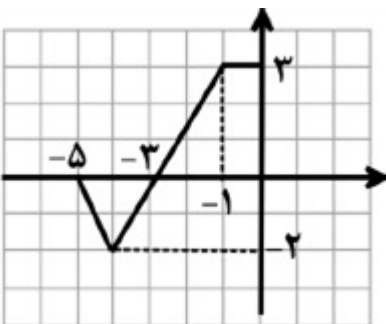
۸) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) بازه  $(-1, 5)$  یک همسایگی محذوف برای نقطه ۳ است.

ب) بازه  $(-2, 4)$  همسایگی چپ عدد ۴ است.

۹) نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است.

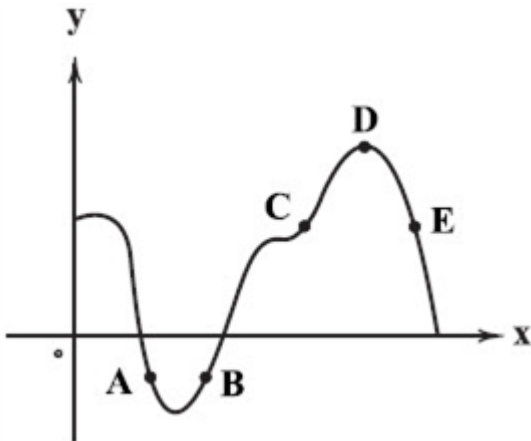
دامنه و برد تابع  $g(x) = 2f(-x)$  را بنویسید.





۱۰ اگر  $f = \{(5, 5), (2, 2), (3, 3)\}$  و  $g = \{(1, 2), (3, 5)\}$  دو تابع باشند.  
الف) تابع fog را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید.  
ب) مقدار  $(g \circ f)(3)$  را بیابید.

۱۱ نقاط داده شده در منحنی را به شیب‌های نوشته شده در جدول نظیر کنید.



|      |    |    |   |   |   |
|------|----|----|---|---|---|
| شیب  | -۴ | -۲ | ۰ | ۱ | ۲ |
| نقطه |    |    |   |   |   |

۱۲ جاهای خالی را با کلمه مناسب کامل کنید.

الف) اگر  $k > 1$  باشد، نمودار  $y = kf(x)$  از ..... نمودار  $y = f(x)$  حاصل می‌شود. (انبساط عمودی - انقباض افقی)  
ب) اگر  $k > 1$  باشد، نمودار  $y = f(kx)$  از ..... نمودار  $y = f(x)$  در راستای محور  $x$  ها به دست می‌آید. (انقباض افقی - انقباض عمودی)

۱۳ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) اگر  $x \in (a, b)$ ، آنگاه بازه  $(a, b)$  یک .....  $x$  است.  
ب) اگر نقطه  $x$  را از بازه  $(a, b)$  حذف کنیم، مجموعه  $(a, b) - \{x\}$  را .....  $x$  می‌نامیم.

۱۴ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

اگر  $r > 0$  در این صورت بازه  $(x, x + r)$  را یک .....  $x$  و بازه  $(x - r, x)$  را یک .....  $x$  می‌نامیم.

۱۵ اگر بازه  $(2a - 1, b + 7)$  همسایگی راست ۳ و همسایگی چپ ۱۰ باشد،  $a, b$  را به دست آورید.

۱۶ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

هر تابع درجه دوم یک به یک است.

۱۷ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

هر تابع خطی غیر ثابت، یک به یک است.

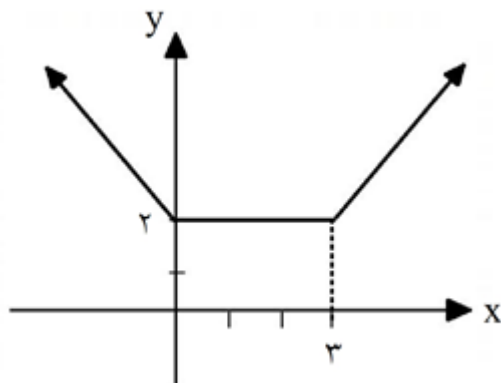
۱۸ جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.

اگر  $(1 + x, 3x)$  یک همسایگی عدد ۳ باشد، حدود  $x$ ، بازه ..... است.

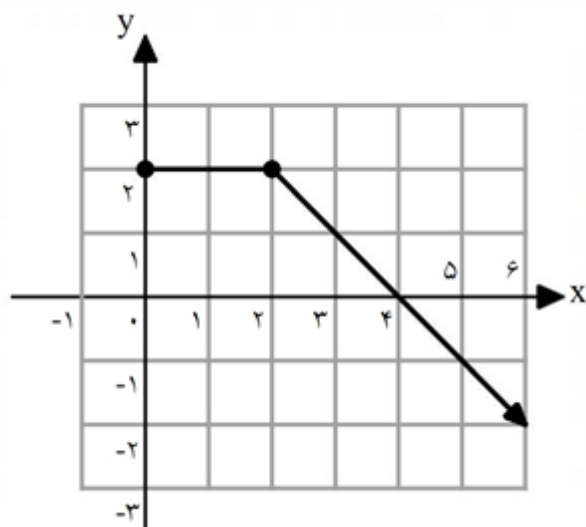
الف)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x - 1}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 2x + 1$

۲۰) تابع زیر در بازه حداکثری ..... اکیداً نزولی و در بازه حداکثری ..... صعودی است.



۲۱) در شکل روبه‌رو نمودار تابع  $f$  رسم شده است.  
الف) نمودار تابع  $g$  با ضابطه  $g(x) = f(2x)$  را رسم کنید.  
ب) مقدار  $\text{gof}(\cdot)$  را به دست آورید.



۲۲) تابع  $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$  را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید.

۲۳) اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع  $y = a \sin(\lambda x) + c$  به ترتیب ۹ و ۳ باشد.  
الف) مقادیر  $|a|$  و  $c$  را بیابید.  
ب) دوره تناوب تابع را به دست آورید.

۲۴) اگر نمودار تابع  $f$  از نقطه  $A(2, 4)$  بگذرد و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$  باشد، معادله خط مماس بر نمودار  $f$  را در نقطه  $A$  به دست آورید.

حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^2}$

د)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$

حدهای زیر را محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{5 - [x]}{5 - x}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^2}{(2x + 1)^2}$

اگر چندجمله‌ای  $P(x) = 2x^2 + ax + 3$  بر  $x - 3$  بخش‌پذیر باشد:

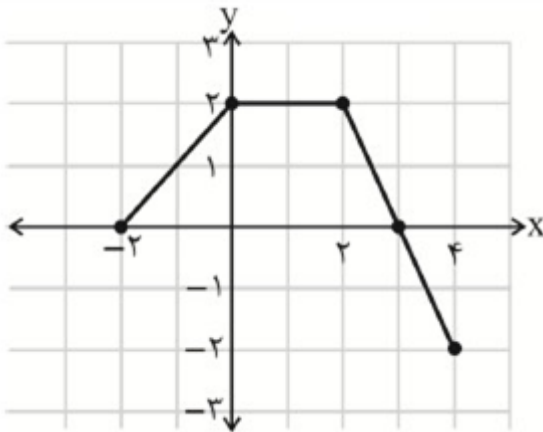
الف)  $a$  را به دست آورید.

ب) باقی‌مانده تقسیم  $P(x)$  بر  $2x + 1$  را بیابید.

اگر  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  و  $g(x) = \sqrt{x+1}$  باشند، آنگاه  $D_{f \circ g}$  را با استفاده از تعریف به دست آورید.

نمودار تابع  $y = \tan(x) + 1$  را در بازه  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  رسم کنید.

نمودار تابع  $y = 2f(x+1)$  به صورت مقابل است. تابع  $y = f(x-2)$  را رسم کنید.



فرض کنید  $\alpha$  زاویه تند و  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  باشد، مقدار  $\sin 2\alpha$  و  $\cos 2\alpha$  را محاسبه کنید.

۳۲) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{2x + 1}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x + 2}{x^2 + 4x + 4}$

۳۳) معادله خط مماس بر  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  را در نقطه‌ای به طول ۲ به دست آورید.

۳۴) معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$2 \cos^2(x) + 11 \cos(x) + 5 = 0$$

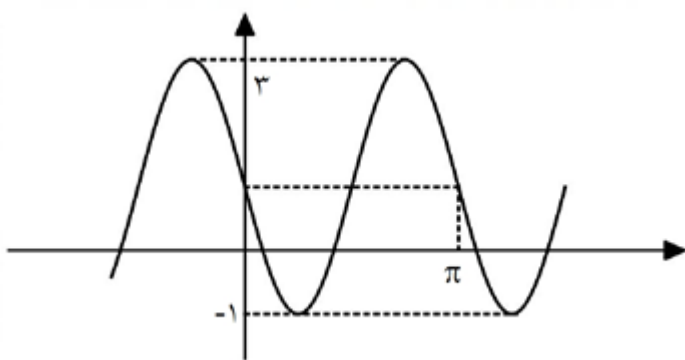
۳۵) اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{25x^2 + x + 1}}{ax^b + |x + 11|} = 1$  باشد، مقدار  $a, b$  را حساب کنید.

۳۶) معادله زیر را حل کنید.

$$\cos 2x = 5 \cos(x) - 4$$

۳۷) اگر وارون تابع  $f(x) = ax + 4$  از نقطه  $(5, \frac{5}{3})$  بگذرد، آنگاه ضابطه وارون  $f$  را به دست آورید.

۳۸) نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه  $y = a \sin bx + c$  است. با فرض  $a > 0$ ، مقادیر  $a, b$  و  $c$  را به دست آورید.



۳۹) معادله  $\sin 2x = \sin x$  را حل کنید.

۴۰) اگر  $f(x) = \sqrt{x-10}$  و  $g(x) = x^2 + 3x$  باشد:

الف) دامنه  $f \circ g$  را به کمک تعریف به دست آورید.

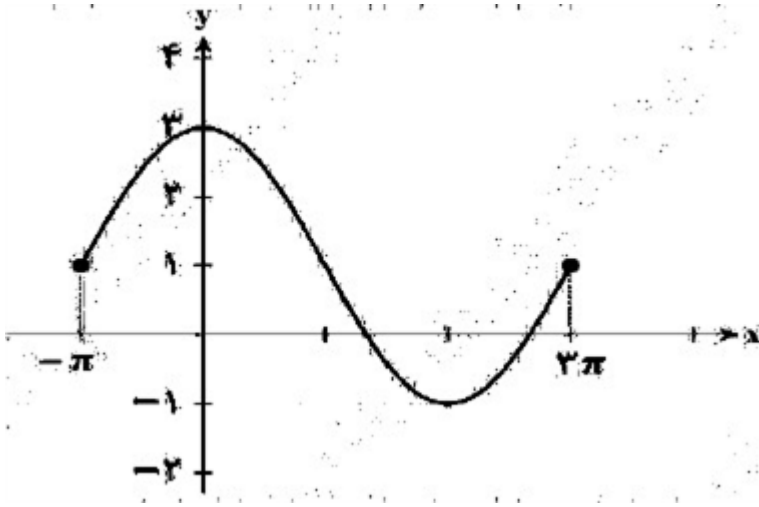
ب) مقدار  $(g \circ f)(14)$  را تعیین کنید.

۴۱

اگر  $(\text{gof})(x) = x^2 - 4x$  و  $g(x) = x^2 + 2x - 3$  باشد،  $f(x)$  را به دست آورید.

۴۲

نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع  $y = a \cos(bx) + c$  با ضابطه  $y = a \cos(bx) + c$  است. اگر  $b < 0$  باشد، مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به دست آورید. (راه حل نوشته شود).



۴۳

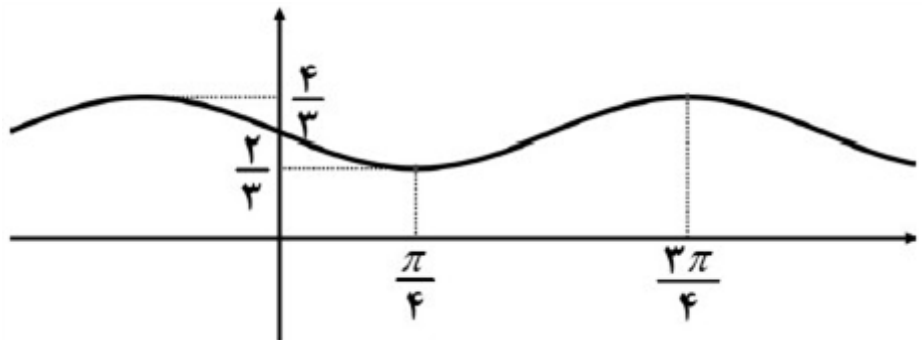
حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x^2}{-x^3 |x| - 2}$

۴۴

نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$  به صورت زیر است. ضابطه آن را مشخص کنید.



۴۵

معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$\cos 2x - 13 \cos x - 6 = 0$$

۴۶

حدود زیر را محاسبه کنید.

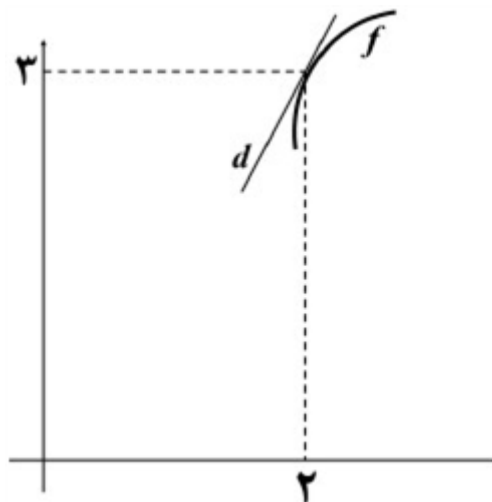
الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 1}{2 - \frac{2}{x^2}} =$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} \frac{1}{\sin x} =$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x} + 1} =$



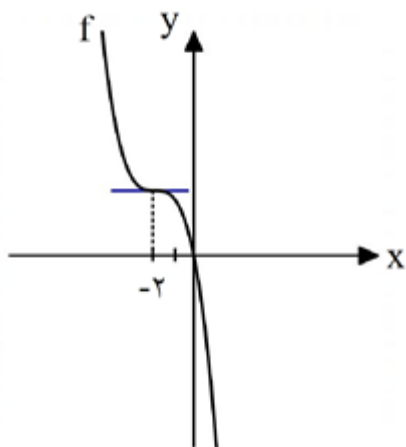
۴۷ با توجه به شکل، اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5f(x) - 15}{x - 2} = 10$  باشد، معادله خط  $d$  را به دست آورید.



۴۸ اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = 3x^2 - 11$  باشد:  
الف دامنه  $(f \circ g)(x)$  را به کمک تعریف به دست آورید.  
ب ضابطه  $(f \circ g)(x)$  را بنویسید.

۴۹ اگر دامنه و برد  $y = f(x)$  به ترتیب  $[-1, 4]$  و  $[0, 7]$  باشد، دامنه و برد  $y = 1 - 2f(x + 4)$  را به دست آورید.

۵۰ شکل زیر نمودار تابع  $f$ ، با ضابطه  $f(x) = 2b + 1 - (x - a)^3$  است.  $a, b$  را به دست آورید.



۱ نادرست

۲ نادرست

۳  $[-۲, +۲]$

۴ بی تأثیر

۵ بیشتر

۶ نزولی

۷  $f\left(-\frac{b}{a}\right)$

۸ الف نادرست (ب) درست

۹

۱۰ الف) به ازای هر کدام از دامنه‌های ۱ و ۳ از تابع  $g$ ، بررسی می‌کنیم، آیا  $\text{fog}(x)$  وجود دارد؟

$$\begin{cases} x=1 \Rightarrow \text{fog}(1) = f(g(1)) = f(2) = 2 \\ x=3 \Rightarrow \text{fog}(3) = f(g(3)) = f(5) = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{fog} = \{(1, 2), (3, 5)\}$$

ب)  $\text{gof}(3) = g(f(3)) = g(5) = 5$

۱۱ خط مماس بر منحنی در نقطه  $D$ ، موازی محور  $x$ ها است؛ بنابراین شیب آن صفر است.

|      |    |    |   |   |   |
|------|----|----|---|---|---|
| شیب  | -۴ | -۲ | ۰ | ۱ | ۲ |
| نقطه | E  | A  | D | C | B |

شیب خط مماس بر منحنی در نقاط  $B$  و  $C$  مثبت است که با توجه به این که زاویه خط مماس در نقطه  $B$  با جهت مثبت محور  $x$ ها از زاویه در نقطه  $C$  بیشتر است، پس شیب خط  $B$  از  $C$  بیشتر است.

شیب خط مماس بر منحنی در نقاط  $A$  و  $E$  منفی است؛ زیرا از چپ به راست به صورت سرازیری است. زاویه خط مماس در نقطه  $A$  با جهت مثبت محور  $x$ ها از زاویه خط مماس در نقطه  $E$  با جهت مثبت محور  $x$ ها بیشتر است، پس مقدار شیب خط  $A$  از  $E$  بیشتر است.

۱۲ الف) انبساط عمودی (ب) انقباض افقی

۱۳ الف) همسایگی

(ب) همسایگی محذوف

۱۴ همسایگی راست - همسایگی چپ

$$\begin{cases} 2a - 1 = 3 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ b + 7 = 10 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

۱۵

۱۶ نادرست.

۱۷ درست.

۱۸ (۱, ۲)

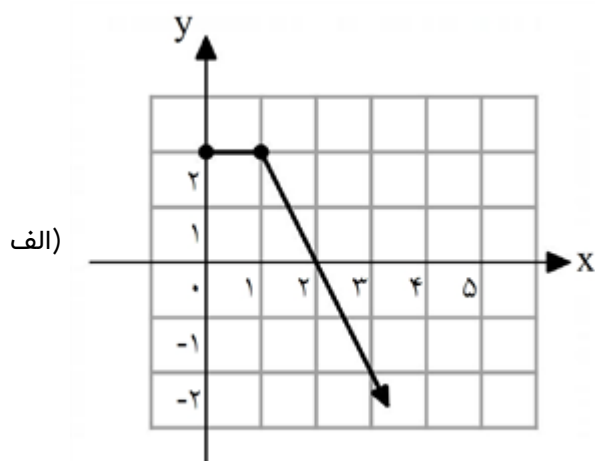
۱۹

الف)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{1 + [-2x]}{2x - 1} = \frac{1 - 2}{.^+} = \frac{-1}{.^+} = -\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 2x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 = +\infty$

۲۰  $(-\infty, 0]$

$[0, +\infty)$



ب)  $g(f(0)) = g(2) = 0$

۲۱

$$y = \sqrt{x + 4} - 1 \Rightarrow y + 1 = \sqrt{x + 4} \Rightarrow (y + 1)^2 = x + 4 \Rightarrow (y + 1)^2 - 4 = x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = (x + 4)^2 - 4$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty)$$

الف)  $|a| = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$

$$c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{9 + 3}{2} = 6$$

ب)  $T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$

۲۲

۲۳

۲۴ فرض کنیم  $y = ax + b$ ، خط مماس بر منحنی  $f$  در نقطه  $(2, 4)$  واقع بر آن باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$y = 3x + b \xrightarrow{(2, 4)} b = -2 \Rightarrow y = 3x - 2$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2$$

٢٥

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x-0)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-[x]}{x-2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 7x - 9}{2x^2 - 3x + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2}{2x^2} = -3$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{0-[x]}{0-x} = \frac{0-0}{0-0^+} = \frac{0}{0^-} = 0$$

٢٦

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^2}{(2x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{4x^2} = -\frac{1}{4}$$

٢٧ (الف)

$$x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow 2(2) + a(2) + 2 = 0 \Rightarrow 12 + 2a + 2 = 0 \Rightarrow 2a = -14 \Rightarrow a = -7$$

(ب)

$$2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow R = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 7\left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} + 2$$

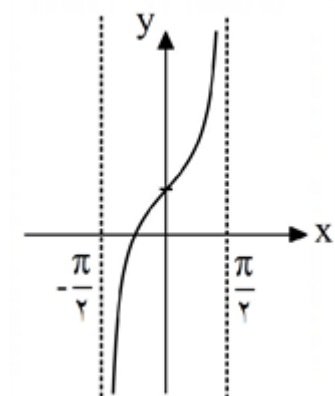
$$\Rightarrow R = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} + 2 = 9 + 2 = 11$$

$$D_{\text{fog}} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \left\{x \geq -1 \mid \sqrt{x+1} \in \mathbb{R} - \{1\}\right\}$$

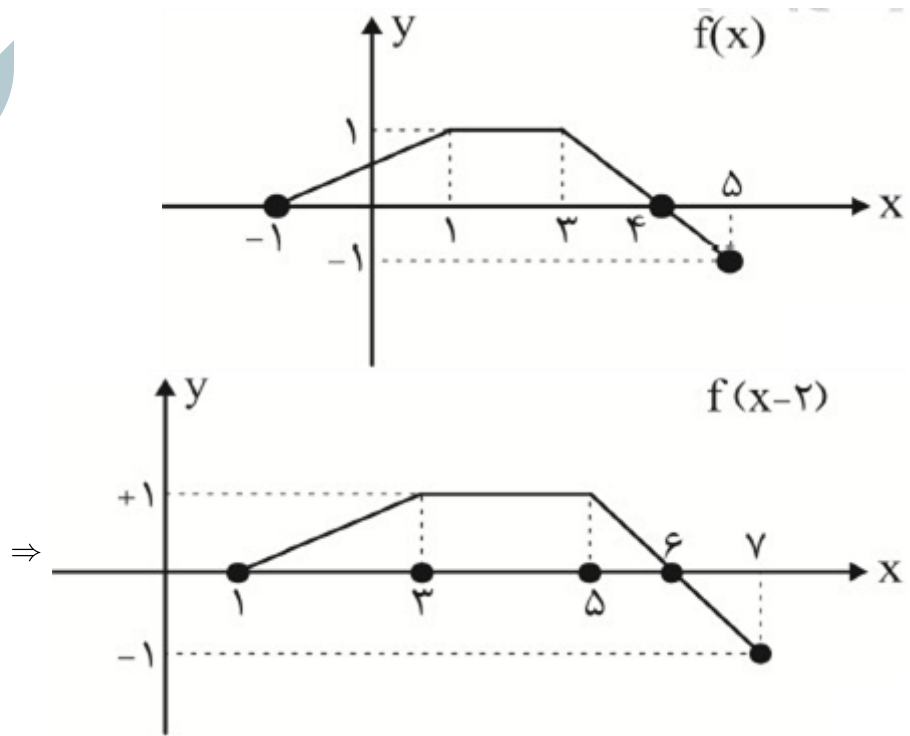
٢٨

$$\sqrt{x+1} \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$$

$$D_{\text{fog}} = [-1, 0) \cup (0, +\infty) \text{ يـ } [-1, +\infty) - \{0\}$$



٢٩



۳۰

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

۳۱

با توجه به این که  $\alpha$  زاویه تند است؛ نتیجه می‌گیریم  $\cos \alpha = +\frac{4}{5}$  است. حال کافی است در روابط زیر، مقادیر  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  را جای‌گذاری کنیم:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(\frac{3}{5}\right) \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}$$

الف)  $\lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$

۳۲

ب) هم‌ارزی  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| - x}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - x}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{2x + 1} = -1$

ج)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x + 2}{x^2 + 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x + 2)}{(x + 2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x + 2} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$

$$x_{\cdot} = 2 \Rightarrow y_{\cdot} = \sqrt{2 - 1} = 1$$

۳۳

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} \xrightarrow{x_{\cdot}=2} m = \frac{1}{3}$$

$$A(2, 1) \text{ و } m = \frac{1}{3}$$

$$y - y_{\cdot} = m(x - x_{\cdot}) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{3}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} + 1 \Rightarrow y = \frac{x}{3} + \frac{1}{3}$$

$$r \cos^r(x) + 11 \cos(x) + 5 = 0 \Rightarrow (r \cos x + 1)(\cos x + 5) = 0$$

$$r \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{r} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{r}\right) \Rightarrow x = rk\pi \pm \frac{r\pi}{r} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x + 5 = 0 \Rightarrow \cos x = -5 \quad \text{غ ق ق}$$

حاصل حد برابر عدد غیر صفر است. بنابراین درجه صورت و مخرج برابر است.

$$\begin{aligned} \xrightarrow{b=1} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{rx + |5x|}{ax + |x|} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{rx - 5x}{ax - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{(a-1)x} = 1 \Rightarrow \frac{-2}{a-1} = 1 \\ \Rightarrow a-1 &= -2 \Rightarrow a = -1 \end{aligned}$$

$$\cos rx = 5 \cos(x) - r \Rightarrow r \cos^r x - 1 = 5 \cos x - r$$

$$\Rightarrow r \cos^r x - 5 \cos x + r = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{r}{5} & \text{غ ق ق} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = rk\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$$\left(\frac{5}{r}, 5\right) \in f \Rightarrow 5 = \frac{5}{r}a + r \Rightarrow a = \frac{r}{5}$$

$$y = \frac{r}{5}x + r \Rightarrow y - r = \frac{r}{5}x \Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5}{r}(x - r)$$

توجه: جواب  $f^{-1}(x) = \frac{5x - 20}{r}$  برای وارون تابع نیز صحیح است.

$$\begin{cases} c = 1 \\ |a| = r \xrightarrow{a > 0} a = r \end{cases}$$

$$T = \pi = \frac{r\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = r \xrightarrow{b < 0} b = -r$$

روش اول:

$$\begin{cases} rx = rk\pi + x \\ rx = rk\pi + \pi - x \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = rk\pi \\ x = \frac{rk\pi}{r} + \frac{\pi}{r} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$r \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(r \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{r} \Rightarrow x = rk\pi \pm \frac{\pi}{r} \end{cases}$$

روش دوم:

$$D_f : x - 10 \geq 0 \Rightarrow x \geq 10$$

$$D_g = R$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid x^2 + 3x \geq 10\} \quad (1)$$

$$\downarrow$$

$$x^2 + 3x - 10 \geq 0 \Rightarrow x \leq -5 \text{ یا } x \geq 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_{f \circ g} = (-\infty, -5] \cup [2, +\infty)$$

ب)

$$(g \circ f)(14) = g(f(14)) = g(2) = 2^2 + 3(2) = 4 + 6 = 10$$

$$\downarrow$$

$$f(14) = \sqrt{14 - 10} = \sqrt{4} = 2$$

$$\begin{cases} (g \circ f)(x) = g(f(x)) = x^2 - 3x \\ g(f(x)) = f^2(x) + 3f(x) - 3 = x^2 - 3x \end{cases} \Rightarrow f^2(x) + 3f(x) - 3 = x^2 - 3x$$

$$\xrightarrow{+3} f^2(x) + 3f(x) + 1 = x^2 - 3x + 3 \Rightarrow (f(x) + 1)^2 = (x - 2)^2 \Rightarrow f(x) + 1 = \pm(x - 2)$$

$$\begin{cases} f(x) + 1 = x - 2 \Rightarrow f(x) = x - 3 \\ f(x) + 1 = -x + 2 \Rightarrow f(x) = -x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

روش اول: ٤٢

$$T = 3\pi \Rightarrow \frac{3\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \Rightarrow c = 1 \\ |a| = \frac{\max - \min}{2} \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

روش دوم:

$$T = 3\pi \Rightarrow \frac{3\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{3}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{(x - 3)^2} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x^2(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^3} = 0$$

$$\begin{cases} |a| + c = \frac{4}{3} \\ -|a| + c = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \\ |a| = \frac{\max - \min}{2} \end{cases} \Rightarrow c = 1, |a| = \frac{1}{3}$$

$$T = \frac{3\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \sin(3x + 1) \text{ یا } y = \frac{1}{3} \sin(-3x) + 1$$

٤١

٤٣

٤٤

$$r \cos^r x - 1 - 13 \cos x - 6 = 0 \Rightarrow r \cos^r x - 13 \cos x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{r} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{r\pi}{r}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = rk\pi + \frac{r\pi}{r} \\ x = rk\pi - \frac{r\pi}{r} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \\ \cos x = +1 \text{ غ ق ق غ} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الف} \\ \text{ب} \end{array} \right) -\frac{1}{r}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ب} \\ \text{ج} \end{array} \right) \frac{1}{(\cdot)^{-}} = -\infty$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ب} \\ \text{ج} \end{array} \right) \frac{\lim_{x \rightarrow -1} (x^r + rx + r)}{\sqrt[r]{x} + 1} \times \frac{\sqrt[r]{x^r} - \sqrt[r]{x} + 1}{\sqrt[r]{x^r} - \sqrt[r]{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+r)(\sqrt[r]{x^r} - \sqrt[r]{x} + 1)}{(x+1)} = r$$

$$\lim_{x \rightarrow r} \frac{f(x) - f(r)}{x - r} = f'(r) = 10 \Rightarrow f'(r) = r \Rightarrow y = rx - 1$$

$$D_f : x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid rx^r - 11 \geq 1\} \quad (1)$$

$$rx^r - 12 \geq 0 \Rightarrow x^r - 4 \geq 0 \Rightarrow x \leq -2 \text{ یا } x \geq 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_{f \circ g} = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

(ب)

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{rx^r - 11 - 1} = \sqrt{rx^r - 12}$$

$$-1 \leq x + r \leq r \xrightarrow{-r} -5 \leq x \leq 0 \Rightarrow D = [-5, 0]$$

$$0 \leq f \leq 1 \xrightarrow{\times(-r)} -14 \leq -rf \leq 0 \xrightarrow{+1} -13 \leq 1 - rf \leq 1 \Rightarrow -13 \leq y \leq 1$$

$$R = [-13, 1]$$

نمودار  $y = -x^3$  دو واحد به سمت چپ منتقل شده است، بنابراین  $a = -2$  می‌باشد. ۴۹

$$f(x) = rb + 1 - (x + r)^r$$

تابع از مبدأ می‌گذرد، در نتیجه داریم:

$$o(\cdot, \cdot) \Rightarrow 0 = rb + 1 - (0 + r)^r \Rightarrow rb - r = 0 \Rightarrow b = \frac{r}{r}$$

